sustituyendo en nuestro caso particular se tiene

$$t = \frac{\ln 0.3}{-.00012097} \approx 9953.$$

1.6 Ejercicios de repaso

1. Expresa el área de un cuadrado como función de la longitud de uno de sus lados.

2. La presión P de un gas a volumen constante es función de su temperatura de acuerdo a la función lineal
$$P(T) = kT + b$$
para unas constantes k y b. Supón que en un experimento cuando $T = 0\,^oC$ se midió $P = 760\,mmHg$; después cuando $T = 100\,^oC$, se midió $P = 1040\,mmHg$.

   (a) Determina el valor de las constantes k y b en este experimento. ¿Qué unidades tienen k y b?

   (b) El cero absoluto se puede aproximar haciendo $P = 0$. De la ecuación $P = kT+b$ encuentra el valor T para el que $P = 0$.

3. El nivel de CO_2 en partes por millón (ppm) en el Observatorio Mauna Loa fue de 325.3 en 1970 y 338.5 en 1980. Asumiendo que el nivel de CO_2 crece de manera lineal

   (a) Encuentra la ecuación que determina la concentración de CO_2, $C(x)$, como función lineal del tiempo x (en años transcurridos desde 1970). ¿Cuál es la pendiente y cuál es la ordenada al origen?

   (b) Usa esta ecuación para predecir el nivel de CO_2 en 1900 y en 2010.

4. La reacción del cuerpo a las drogas está dada por la ecuación
$$R(D) = D^2\left(\frac{M}{2} - \frac{D}{3}\right)$$
donde D es la dosis administrada, M es una constante que representa la dosis que produce máxima reacción.

   (a) Utiliza $M = 200$ y esboza la gráfica de la función utilizando los siguientes valores de D, $0, 50, \ldots, 300, 350$.

   (b) ¿En qué intervalos es creciente/decreciente $R(D)$?.

5. La temperatura corporal en un individuo sigue un ciclo circadiano con un modelo dado por la siguiente ecuación
$$T(t) = 0.002(t^3 - 45t^2 + 609t + 16000)$$
donde $T(t)$ es la temperatura corporal y t es el tiempo en horas transcurrido desde las 8 hasta el fin del día, $8 \leq t \leq 24$.

   (a) Evalúa la temperatura $T(t)$ cada 2 horas, es decir para $t = 8, 10, \ldots, 24$.

   (b) ¿En qué intervalos la temperatura es creciente/decreciente?

   (c) ¿Aproximadamente a qué hora alcanza la temperatura máxima y la mínima?

6. La Ley de Enfriamiento de Newton establece que la razón de enfriamiento R de un objeto caliente es directamente proporcional a la diferencia entre la temperatura T del objeto y la temperatura del ambiente T_0, con constante de proporcionalidad k.

   (a) Escribe la ecuación que describe R como función de T. ¿Cuál es la pendiente, la ordenada al origen?.

   (b) Suponiendo que en la cocina hay una temperatura $T_0 = 20^o C$ y que cuando una tasa de café tiene temperatura $T = 40^o C$, entonces $R = 5^o C/seg$, calcula la constante k.

   (c) Esboza la gráfica de la recta del inciso anterior.

7. Una población de golondrinas se reproduce cada otoño (una vez al año), con una tasa de crecimiento de $r = 2\%$ anual o $r = 0.02$ año, con una población inicial P_0 de 10,000 ejemplares.

   (a) Emplea el modelo de crecimiento con una replicación anual

   $$P(t) = P_0(1 + r)^t$$

   donde t son los años transcurridos para calcular la población en $t = 0, 1, 2, \ldots, 8$.

   (b) Esboza la gráfica con estos valores.

   (c) ¿En cuánto tiempo se duplica la población?

8. La población P de una ciudad como función del tiempo t, suponiendo el modelo utilizado en el problema anterior, tiene la forma

   $$P(t) = 80,000(1.015)^t$$

   (a) Determina la razón anual de crecimiento r y la población inicial P_0.

   (b) Determina el momento t en el que se duplica la población.

9. Una población crece a una tasa porcentual constante 2.5 % anual. Dentro de 5 años la población será de 15000 individuos ¿Cuál es la población actualmente? Emplea el modelo de crecimiento con una replicación anual $P(t) = P_0(1 + r)^t$.

10. Una población de mosquitos se reproduce una vez al mes. Calcula la tasa de reproducción mensual si la población crece de 9000 a 9095 durante dos meses. Emplea el modelo de crecimiento con una replicación mensual $P(t) = P_0(1 + r)^t$

11. Una población de bacterias crece de manera continua de 6000 a 9000 células durante 24 horas. Determina la ley de crecimiento exponencial $P(t) = P_0e^{rt}$.

12. Unos pergaminos datan de año 100 antes de n. e. Determina el porcentaje de carbono 14 aún presente en la fecha de su descubrimiento en el año 1947.

13. La datación de carbono 14 del manto de Turín se realizó en 1988. El estudio arrojó que estaba presente el 92.3 % del carbono 14 original del Santo Sudario.

    (a) Calcula la edad probable del Santo Sudario.

    (b) Calcula el porcentaje presente de carbono 14 si en realidad se tratara de una reliquia de 1960 años de edad.

    (c) En el año 1398, ante el papado, el obispo Pierre d'Arcis, acusó a un colega de falsificación del Santo Sudario. Determina si tenía razón el obispo en sus acusaciones.

14. Una población de bacterias crece de acuerdo a la ley de evolución $P(t) = 1000 - 600t + 30t^2$. Donde t es el número de horas transcurridas desde iniciado el experimento.

    (a) Encuentra el tiempo $t_0 \geq 0$, para el cuál la población se hace 0.

    (b) Esboza la gráfica de la función en el intervalo $[0, t_0]$.

15. Supón que la inflación en México crece de manera continua con tasa del 4.5 % anual.

    (a) Si el litro de gasolina cuesta 7.9 pesos. Escribe la función que describe el precio P del litro de gasolina en términos del tiempo t medido en años.

    (b) ¿Dentro de cuántos años se duplicará el precio de la gasolina?

    (c) En otro país el precio de gasolina se incrementa de 7.9 a 10 pesos en 5 años ¿cuál es la tasa de inflación en ese país?

16. El rubidio 87, Rb^{87}, es un elemento inestable y decae exponencialmente a estroncio 87, Sr^{87} emitiendo radiación beta. Se le encuentra abundantemente en muchos minerales en la Tierra.

    (a) Si la cantidad de Rb^{87} presente en un mineral se reduce a la mitad en aproximadamente 4.7×10^{10} años. Calcula la tasa λ de decrecimiento anual en el modelo exponencial $Q(t) = Q_0 e^{-\lambda t}$.

    (b) En un pedazo de *biotita* hallado en el Gran Cañón se encontró 202 partes por millón (ppm) de Rb^{87} y 3.97 ppm de Sr^{87}. Suponiendo que originalmente la concentración de Rb^{87} en la biotita era de $Q_0 = 205.97 = 202 + 3.97$ ppm ¿cuál es la edad de la roca?

17. Una población de pingŸinos en una reserva descendió de 2500 ejemplares en 1970 a sólo 1000 ejemplares en el 2000. Suponiendo un modelo de decrecimiento lineal calcula la población que habrá en el 2008. Esboza la gráfica que describa el comportamiento desde 1970 hasta el 2008. De seguir esa tendencia ¿En qué momento se extinguirá dicha especie?

18. Una población de antílopes migrantes del norte de Canadá está creciendo a una tasa porcentual constante de 1.5% anual. Suponiendo un periodo de reproducción anual, si en este momento hay 60,000 ejemplares calcula en cuánto tiempo se duplicará la población.

19. La cantidad que queda de una sustancia radioactiva después de t años está dada por $Q(t) = Q_0 e^{-0.0001t}$. Si después de 5000 años hay 200 gramos de sustancia ¿Cuántos gramos había inicialmente?

20. Una cuenta de banco que capitaliza mensualmente crece de 25000 a 25060 pesos en 2 meses. Calcula la tasa mensual de interés.

21. Al producirse x unidades de cierto artículo, el precio unitario de cada unidad será $P(x) = 40e^{-.05x}$ dólares. a) ¿Qué cantidad debe producirse para que el precio unitario sea de 10 dólares. b) Esboza la gráfica utilizando $x = 0, 20, 40, 60, ..., 100$.

22. En una cuenta de banco se invirtieron 45,000 pesos durante 6 meses a capitalización *mensual*. Al final de estos 6 meses la cuenta ascendió a 46,200 pesos. a) Calcula la tasa porcentual mensual de la inversión. b) Calcula a cuánto ascenderá el monto si los 45,000 se invierten durante 25 años.

23. En una zona en recuperación del santuario de la mariposa monarca se observa 30,000 ejemplares se incrementan a 30,560 durante un año. Suponiendo que la población de mariposas monarca se incrementa un vez cada año a tasa porcentual constante: a) determina la tasa porcentual de crecimiento anual, b) Calcula la población que habrá en la zona después de 10 años.

24. Una población de bacterias crece de acuerdo a la relación $P = P_0 e^{.05t}$. Encuentra t para el cual se duplica la población.

25. Una población de bacterias crece de acuerdo a la ecuación $P = 1000e^{rt}$. Encuentra la razón de crecimiento r para la cual la población llega de 1000 a los 5000 en 4 días.

26. Un cultivo de *E. coli* crece de acuerdo al modelo exponencial, tiene un tiempo de duplicación de 16 minutos. Cuando $t = 0$ se tenía una población $P_0 = P(0) = 20,000$ bacterias.

    (a) Encuentra la expresión para el número de bacterias después de t horas.

    (b) Encuentra el número de bacterias después de 6 horas.

    (c) ¿Cuándo se tendrá una población de $P = 1,000,000$ de bacterias?

27. Un cultivo de bacterias está en fase de crecimiento exponencial. 2 horas después de iniciado el experimento el conteo fue de 5,000 bacterias. 7 horas después había 256,000 bacterias.

    (a) ¿Cuál era el número de bacterias cuando inició el experimento, es decir en $t = 0$?

    (b) Determina el número de bacterias $P(t)$ como función exponencial para $t \geq 0$.

    (c) ¿Cuál es el tiempo de duplicación del cultivo?

28. Inicialmente había 100 mg presentes de cierta sustancia radioactiva. Después de 6 horas disminuyó en un 3 %. Encuentra la cantidad de sustancia radioactiva que queda después de 24 horas y determina la vida media de la sustancia.

29. En un pedazo de madera quemada de la caverna de Lascaux se encontró que un 85.5 % del C^{14} ya se había desintegrado. ¿Qué edad tenía ese pedazo de madera?

30. La planta de girasol en cierta región crece de acuerdo a la siguiente ecuación logística

    $$y(t) = \frac{261.1}{e^{-.613132(t-4.89)} + 1}$$

    donde y es la altura promedio (en cm), t semanas después de iniciado el experimento.

    (a) Esboza la gráfica de $y(t)$ en el intervalo $t \in [0, 12]$.

    (b) Cuando ha transcurrido mucho tiempo ¿a qué valor se aproxima y?